課題の補足説明と課題4の証明

課題1の補足

計算を速くするために，1000桁モードは用いない．

課題2の補足

三角関数が用いられているので，1000桁モードは用いない．

$$r = f(\theta) = a\cos\theta$$

$$x = f(\theta)\cos\theta \quad , \quad x = f(\theta)\sin\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

プログラムでは θ の代わりに t を用いている．

課題3の補足

精密な計算ではないので，1000桁モードは用いない．

課題4の証明

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{1}{2} \quad , \quad \beta = \tan^{-1}\frac{1}{7}$$

とおく．すると，

$$\tan\alpha = \frac{1}{2} \quad , \quad \tan\beta = \frac{1}{7} \quad (0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{6})$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{1}{1-(\frac{1}{2})^2} = \frac{4}{3}$$

$$\tan(2\alpha-\beta) = \frac{\tan 2\alpha - \tan\beta}{1+\tan 2\alpha\cdot\tan\beta} = \frac{\frac{4}{3}-\frac{1}{7}}{1+\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{7}} = \frac{25}{25} = 1$$

$$\frac{\pi}{6} < 2\alpha - \beta < 2\alpha < \frac{\pi}{3} \quad , \quad \tan(2\alpha-\beta) = 1$$

より，$2\alpha - \beta = 2\tan^{-1}\frac{1}{2} - \tan^{-1}\frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}$ が得られる．

課題4の補足

精密な計算なので，1000桁モードで実行する．

$$\frac{\log 2 + 1001\log 10}{2\log 2} - \frac{3}{2} = 1661.6\cdots \quad , \quad \frac{\log 2 + 1001\log 10}{2\log 7} - \frac{3}{2} = 590.9\cdots$$

以上より，$\tan^{-1}\frac{1}{2}$ の展開は $m = 1662$ 項まで，$\tan^{-1}\frac{1}{7}$ の展開は $m = 591$ 項まで取る．

課題 5(2 分法) の補足

三角関数が用いられているので，1000 桁モードは用いない.

$$f(1) = 2\sin 1 - 1 = 0.68\cdots > 0 \quad , \quad f(2) = 2\sin 2 - 2 = -0.18\cdots < 0$$

より，$a_0 = 1$ ， $b_0 = 2$

$f(\dfrac{a_k + b_k}{2}) > 0$ なら $a_{k+1} = \dfrac{a_k + b_k}{2}$，$f(\dfrac{a_k + b_k}{2}) >< 0$ なら $b_{k+1} = \dfrac{a_k + b_k}{2}$

課題 5(Newton 法) の補足

三角関数が用いられているので，1000 桁モードは用いない.

$$f(1) = 2\sin 1 - 1 = 0.68\cdots > 0 \quad , \quad f(2) = 2\sin 2 - 2 = -0.18\cdots < 0$$

$f''(x) = -2\sin x < 0 \quad \text{in } [1,2]$ より，$x_0 = 2$

課題 6 の補足

$$\frac{dx}{dt} = f_y(x,y) = x + 4y^3 \quad , \quad \frac{dy}{dt} = -f_x(x,y) = -(4x^3 + y)$$

$f(x,y) = 0$ を満たす点は，$(1,0)$，$(1,-1)$，$(0,1)$ などがある．プログラム例では $x_0 = 1$, $y_0 = 0$ を用いている.

h は小さくした方がよい.