

1. 次の関数の偏導関数を求めよ.(10 点)

$$(1) \quad f(x, y) = x^4 + 2x^2y^2 + 3y^4 \qquad (2) \quad f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

2. 関数 $z = f(x, y) = e^{x^2+2xy+3y^2}$ の全微分 dz を求めよ.(5 点)

3. 曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 9 = 0$ の点 $(2, 1, 1)$ における接平面と法線の方程式を求めよ.(10 点)

4. 曲線 $x(x-1)^2 - y^2 = 0$ の特異点を求めよ . (10 点)

5. 関数 $z = f(x, y)$ に対して , 合成関数 $z = f(t^2 + 2, 3t)$ の導関数 $\frac{dz}{dt}$ を計算せよ.(10 点)

6. $b\frac{\partial z}{\partial x} = a\frac{\partial z}{\partial y}$ を満たす x, y の関数 z は $ax + by$ だけの関数であることを証明せよ .

ただし , a, b はどちらかは 0 でない定数とする . $b \neq 0$ の場合だけ証明せよ . (10 点)

(ヒント 変数変換 $ax + by = u$, $x = v$ を考えよ)

7. 関数 $z = f(x, y) = xy(6 - x - 2y)$ の極値を求めよ.(20 点)

8. 関係式 $F(x, y) = x^2 - xy + 2y^2 - 7 = 0$ によって定まる陰関数 $y = f(x)$ について , 次の問に答えよ . (15 点)

(1) $\frac{dy}{dx}$ を計算せよ .

(2) 陰関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ .

9. 条件 $x^2 + y^2 - 5 = 0$ のもとで関数 $f(x, y) = 2x + 4y$ の極値を取る点の候補者を 2 点求めよ . (10 点)

10. 関数 $f(x) = \sqrt{1+2x}$ を Maclaurin 展開せよ . (ただし、 $n = 4$ まで計算せよ)(15 点)

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \dots$$