

1. 次の関数の偏導関数を求めよ.(10 点)

(1) $f(x, y) = x^4y - x^2y^3 + y^5$

(2) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$

2. 次の関数の全微分 dz を求めよ.(10 点)

(1) $z = f(x, y) = x^2 + xy + 2y^2$

(2) $z = f(x, y) = \log(x^2 + xy + y^2)$

3. 次の曲面の与えられた点における接平面と法線の方程式を求めよ.(10 点)

(1) $3x^2 + 2y^2 - z = 0$ $(1, 1, 5)$

(2) $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 6$ $(1, 1, 1)$

4. $z = f(x, y)$ とするとき, 次の関数に対して $\frac{dz}{dt}$ を計算せよ.(10 点)

$$z = f\left(t^2, \frac{1}{t}\right)$$

5. $\frac{\partial z}{\partial x} + 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ を満たす x, y の関数は $x^2 - y$ だけの関数であることを証明せよ. (15 点)(ヒント 変数変換 $x^2 - y = u$, $x = v$ を考えよ)6. 関数 $z = f(x, y) = x^2y + y^3 - 3(x^2 - y^2)$ の極値を求めよ.(15 点)7. 関係式 $F(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 4 = 0$ によって定まる陰関数 $y = f(x)$ について, 次の問に答えよ. (15 点)

(1) $\frac{dy}{dx}$ を計算せよ.

(2) 陰関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ.

8. 条件 $x^2 + y^2 - 3a^2 = 0$ のもとで関数 $f(x, y) = xy^2$ が極値をとる候補となる点を 6 個求めよ. ただし a は正の定数とする. (15 点)