

2008 年度解析中間試験問題略解

これは答えだけの略解とヒントなので、試験のときの解答は途中計算も必ず書いて下さい。

私が暗算で計算できないような問題で、答だけの解答は0点とします。

1. (1) $f_x = 4x^3y - 2xy^3$, $f_y = x^4 - 3x^2y^2 + 5y^4$

(2) $f_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}$, $f_y = -\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

2. (1) $dz = df(x, y) = (2x + y)dx + (x + 4y)dy$

(2) $dz = df(x, y) = \frac{(2x + y)dx + (x + 2y)dy}{x^2 + xy + y^2}$

3. (1) 接平面: $6(x - 1) + 4(y - 1) - (z - 5) = 0$ (または $6x + 4y - z = 5$)

法線: $\frac{x - 1}{6} = \frac{y - 1}{4} = \frac{z - 5}{-1}$

(2) 接平面: $6(x - 1) + 4(y - 1) + 2(z - 1) = 0$ (または $3x + 2y + z = 6$)

法線: $\frac{x - 1}{6} = \frac{y - 1}{4} = \frac{z - 1}{2}$ (または $\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 1}{2} = z - 1$)

4. $\frac{dz}{dt} = 2tf_x\left(t^2, \frac{1}{t}\right) - \frac{1}{t^2}f_y\left(t^2, \frac{1}{t}\right)$

5. 変数変換 $x^2 - y = u$, $x = v$ すなわち, $x = v$, $y = v^2 - u$ とおき, $\frac{\partial z}{\partial v} = 0$ を示す.

6. 極値を取る点の候補は $(0, 0)$, $(0, -2)$

$x = 0$, $y = -2$ において極大値 $f(0, -2) = 4$ をとる.

7. (1) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x + y}{x + 2y}$

(2) $x = 2$ のとき, 極小値 $y = -2$

$x = -2$ のとき, 極大値 $y = 2$

8. $(x, y) = (\pm\sqrt{3}a, 0)$, $(\pm a, \pm\sqrt{2}a)$ (複号同順ではない)