

これは答えだけの略解とヒントなので，試験のときの解答は途中計算も必ず書いてください．

私が暗算で計算できないような問題で，答えだけの解答は0点とします．

1. (1) $z_x = 5x^4 - 30x^2y^2 + 5y^4$, $z_y = -20x^3y + 20xy^3$

(2) $z_x = -2y(1 - xy)$, $z_y = -2x(1 - xy)$

(3) $z_x = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$, $z_y = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$

(4) $z_x = \frac{x - a}{\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}}$, $z_y = \frac{y - b}{\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}}$

(5) $z_x = -\frac{y}{x^2 + y^2}$, $z_y = \frac{x}{x^2 + y^2}$

(6) $z_x = \frac{\cos(x + \sqrt{y})}{\sin(x + \sqrt{y})}$, $z_y = \frac{\cos(x + \sqrt{y})}{2\sqrt{y} \sin(x + \sqrt{y})}$

2.

(1) $dz = df(x, y) = 3(x^2 + y)dx + 3(x + y^2)dy$

(2) $dz = df(x, y) = \cos y dx - x \sin y dy$

(3) $dz = df(x, y) = \frac{2x dx + 4y dy}{x^2 + 2y^2}$

3. (1) 接平面： $2(x - 1) + 2(y - 1) - (z - 2) = 0$ (または $2x + 2y - z = 2$)

法線： $\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 2}{-1}$

(2) 接平面： $2a(x - a) + 2b(y - b) + 2c(z - c) = 0$ (または $ax + by + cz = 1$)

法線： $\frac{x - a}{a} = \frac{y - b}{b} = \frac{z - c}{c}$

4. (1) $\frac{dz}{dt} = 3f_x(3t, t^2) + 2tf_y(3t, t^2)$

(2) $\frac{dz}{dt} = -a \sin t f_x(a \cos t, b \sin t) + b \cos t f_y(a \cos t, b \sin t)$

5.

(1) ヒント 変数変換 $ax + by = u$, $x = v$ すなわち , $x = v$, $y = \frac{u - av}{b}$ とおき , $\frac{\partial z}{\partial v} = 0$ を示す .

(2) ヒント 変数変換 $xy = u$, $x = v$ すなわち , $x = v$, $y = \frac{u}{v}$ とおき , $\frac{\partial z}{\partial v} = 0$ を示す .

6.

$$(1) \frac{dy}{dx} = -\frac{x^2 - ay}{y^2 - ax}$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = -\frac{x(2x^2 - ay^2)}{y(2y^2 - ax^2)}$$

7. 極値をとる候補の点すべてについて，極値をとるかどうかチェックすること

(1) $x = 3, y = 2$ のとき，極小値 $f(3, 2) = -2$ をとる．

(2) $x = 2, y = 1$ のとき，極小値 $f(2, 1) = -11$ をとる．

(3) $x = 2, y = -1$ のとき，極小値 $f(2, -1) = -8$ をとる．

(4) $x = 2, y = 0$ のとき，極小値 $f(2, 0) = -4$ をとる．

8. (1) $x = 1$ のとき，極大値 $y = 1$ ，

$x = 1$ のとき，極小値 $y = -1$ をとる．

(2) $x = 2$ のとき，極大値 $y = 2$ ，

$x = -2$ のとき，極小値 $y = -2$ をとる．

(3) $x = 2$ のとき，極小値 $y = 2$ ，

$x = 2$ のとき，極大値 $y = -2$ をとる．

(4) $x = 2^{\frac{1}{3}}$ のとき，極大値 $y = 2^{\frac{2}{3}}$ をとる．

9. (1) 極値を取る候補の点は $x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ ， $y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ (複号同順ではない，4 通り)

(2) 極値を取る候補の点は $x = \pm \sqrt{a}$ ， $y = \pm \sqrt{a}$ (複号同順)

(3) 極値を取る候補の点は $x = \pm 2$ ， $y = \pm 2$ (複号同順)

(4) 極値を取る候補の点は $x = \pm 2$ ， $y = \pm 1$ (複号同順)