

1~**6**は昨年度の前期試験の問題

1 次の極限値を求めよ. (5×5)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - x - 2} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^{x+2} + 3^x}{5^{x+1} + 7^{x+1}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^3 + x^2} \quad (5) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{3}{2}} e^{-2x}$$

2 次の関数を微分せよ. (5×7)

$$(1) y = (x^2 + 4x + 5)^{50} \quad (2) y = x^3 \sin 2x$$

$$(3) y = e^{-\frac{1}{x}} \quad (4) y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$(5) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \quad (6) y = (2x + 1) \log(2x + 1) - 2x$$

$$(7) y = \sin^{-1} 2x$$

3 (1) $y = f(x) = 2x - \sin x$ の逆関数 $x = g(y)$ の導関数 $\frac{dx}{dy}$ を x で表わせ. (5)

(2) 次の para-meter 表示された関数について, $\frac{dy}{dx}$ を t で表せ (a は正の定数). (5)

$$x = at - a \sin t, \quad y = a - a \cos t$$

4 $f(x) = \frac{1}{3-x}$ の n 次導関数を求めよ. (10)

5 $y = f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ の増減を調べ, 極値を求めよ. (10)

6 $y = f(x) = 3x^5 - 5x^4 - 20x^3 + 300x + 10000$ の凹凸を調べよ. (10)

追加問題

- 7** $f(x) = \log(2 - x)$ に対して次の Maclaurin の公式 ($n = 4$) を適用せよ.

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4$$

- 8** 関数 $f(x) = \sqrt{1 + 2x}$ を Maclaurin 展開せよ. (ただし、 $n = 4$ まで計算せよ)

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \cdots$$

- 9** $x > 0$ のとき次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\tan^{-1} x < x$$

- 10** 半径 a (一定) の円に内接する 2 等辺三角形を考える. また、この 2 等辺三角形の高さを x とおく.

- (1) 2 等辺三角形の面積 S を a と x で表わせ.
- (2) この 2 等辺三角形の面積を最大にするように高さ x を定めよ.

- 11** xy 平面の第 1 象限の定点 (a, b) を通り傾きが $-m$ ($m > 0$) の直線 l を考える. l と x 軸の交点を A, l と y 軸との交点を B とするとき、2 つの線分 OA と OB の長さの和を最小にするように m を定めよ.

- 12** 半径 a (一定) の球に内接する直円柱を考える.

- (1) 円柱の高さを $2x$ とするとき、底円の半径と円柱の体積 V を a と x で表わせ.
- (2) この直円柱の体積を最大にするように高さ $2x$ を定めよ.